M_D AB05933 REG2023 0299227 18-05-2023

All. 3

MINISTERO DELLA DIFESA

CONCORSO PER TITOLI ED ESAMI PER LA NOMINA DI 2 SOTTOTENENTI DI VASCELLO IN SERVIZIO PERMANENTE NEL RUOLO NORMALE DELLA MARINA MILITARE CORPO DELLE CAPITANERIE DI PORTO

Decreto Interdirigenziale M_D AB05933 REG2022 0757728 del 20 Dicembre 2022.

- G.U. — 4a serie speciale - n. 3 del 13 Gennaio 2023 –

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

LIVORNO, 09 MARZO 2023

1. Dire se esistono numeri reali x per i quali vale la seguente uguaglianza:

$$2 + 2^x = \sin^4 x + \cos^4 x + 6 \sin^2 x \cos^2 x$$

2. Assegnata la funzione f definita da

$$f(x) = \frac{5x - 8}{x^2 + 2x + 5}$$

Calcolare l'area della regione di piano compresa tra il grafico di f e l'asse delle ascisse in $[-1,2]$.

3. Dopo aver dato la definizione di successione convergente, si dia la dimostrazione di qualche risultato significativo.

1

Acc. 4

MINISTERO DELLA DIFESA

CONCORSO PER TITOLI ED ESAMI PER LA NOMINA DI 2 SOTTOTENENTI DI VASCELLO IN SERVIZIO PERMANENTE NEL RUOLO NORMALE DELLA MARINA MILITARE CORPO DELLE CAPITANERIE DI PORTO

Decreto Interdirigenziale M_D AB05933 REG2022 0757728 del 20 Dicembre 2022.

- G.U. — 4a serie speciale - n. 3 del 13 Gennaio 2023 –

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

LIVORNO, 09 MARZO 2023

1. Determinare al variare di $a \in \mathbb{R}$, il numero delle soluzioni della equazione
$$ax - log\left(1 + \frac{x^2}{1-x}\right) = 0$$

2. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n)^{nx}}{(2n)!}$$
al variare di $x \in \mathbb{R}$.

3. Dopo aver esposto la definizione di integrale di Riemann, si dimostri che se $f: [a, b] \to \mathbb{R}$ è monotona e limitata, allora è integrabile secondo Riemann.

2

All. 5

MINISTERO DELLA DIFESA

CONCORSO PER TITOLI ED ESAMI PER LA NOMINA DI 2 SOTTOTENENTI DI VASCELLO IN SERVIZIO PERMANENTE NEL RUOLO NORMALE DELLA MARINA MILITARE CORPO DELLE CAPITANERIE DI PORTO

Decreto Interdirigenziale M_D AB05933 REG2022 0757728 del 20 Dicembre 2022.

- G.U. — 4a serie speciale - n. 3 del 13 Gennaio 2023 –

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

LIVORNO, 09 MARZO 2023

1. Discutere la differenziabilità della funzione f definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & se\, x \neq 0 \\ 0 & se\, x = 0 \end{cases}$$

nel suo insieme di definizione, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

2. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{1 - x^3}{x} y(x) \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

Dimostrare che la soluzione $y(x)$ è convessa in un intervallo di $x = 1$.

3. Si illustrino i principali criteri di integrabilità, dando una dimostrazione di uno di essi.

M

All. 6

MINISTERO DELLA DIFESA

CONCORSO PER TITOLI ED ESAMI PER LA NOMINA DI 2 SOTTOTENENTI DI VASCELLO IN SERVIZIO PERMANENTE NEL RUOLO NORMALE DELLA MARINA MILITARE CORPO DELLE CAPITANERIE DI PORTO

Decreto Interdirigenziale M_D AB05933 REG2022 0757728 del 20 Dicembre 2022.

- G.U. — 4a serie speciale - n. 3 del 13 Gennaio 2023 –

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

LIVORNO, 09 MARZO 2023

1. Data la funzione f definita da

$$f(x) = e^x - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

determinare:

a) Eventuali asintoti al grafico di f;

b) Eventuali punti di massimo o di minimo relativo;

c) Intervalli di concavità o convessità.

2. Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(e^{sin2x} + e^{cos2x}\right) \sin 4x \; dx$$

3. Dopo aver illustrato il concetto di convergenza e assoluta convergenza per una serie numerica, si espongano i risultati che si ritiene più significativi per le serie a termini di segno alternato.

AL-7

MINISTERO DELLA DIFESA

CONCORSO PER TITOLI ED ESAMI PER LA NOMINA DI 2 SOTTOTENENTI DI VASCELLO IN SERVIZIO PERMANENTE NEL RUOLO NORMALE DELLA MARINA MILITARE CORPO DELLE CAPITANERIE DI PORTO

Decreto Interdirigenziale M_D AB05933 REG2022 0757728 del 20 Dicembre 2022.

- G.U. — 4a serie speciale - n. 3 del 13 Gennaio 2023 –

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

LIVORNO, 09 MARZO 2023

1. Calcolare l'area della parte di piano compresa tra il grafico della funzione f definita da

$$f(x) = \frac{x - arctgx}{x^3}$$

e l'asse delle x per $x \in [1, \sqrt{3}]$.

2. Assegnata la funzione f definita da

$$f(x) = log(3^{2x} - 3^x + 1)$$

determinare, se esistono, gli asintoti al grafico di f.

3. Si illustrino le principali proprietà delle funzioni continue di una variabile reale, dando la dimostrazione di qualche risultato significativo.

Mod. DM/8544
(ex 617004/M)

MARINA MILITARE

(1) .....

09 MAR 2023

(Ord. 4600028238/10) - I.P.Z.S. (c. 559.000) f.to 30x40

(1) Autorità mittente (Ente a terra o Nave).