M_D AB05933 REG2024 0687370 27-11-2024

Concorso per il Corpo del Genio della Marina TC/AER

Prima Prova Scritta: Matematica

26 Marzo 2024

Traccia 3

Il candidato sviluppi almeno tre dei seguenti esercizi.

1. Sulla retta reale, si studi la convergenza puntuale della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n|x| + x^2}\, e^{-n|x|}$$

2. Si calcoli

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1 + \cos^2 x}\, dx$$

3. Per quali valori reali di b è vera la diseguaglianza

$$2e^{bx} \geq e^x(1 + \cos x) \qquad \forall x \geq 0$$

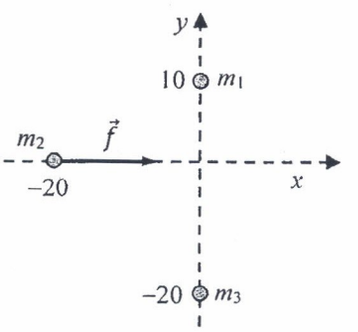
4. Si introduca il concetto di differenziabilità per funzioni in una o più variabili.

CONCORSO PER LA NOMINA A SOTTOTENENTE DI VASCELLO IN S.P.E.
NEL RUOLO NORMALE DEL CORPO DEL GENIO DELLA MARINA
SPECIALITÀ GENIO NAVALE TC/AER (2024).

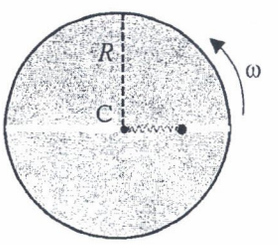
SECONDA PROVA SCRITTA
FISICA

TRACCIA 1

1. Nel piano orizzontale xy indicato in figura sono liberi di muoversi tre corpi puntiformi. Le loro masse valgono rispettivamente: $m_1 = m_2 = 0{,}4\text{kg}$ e $m_3 = 0{,}2\text{kg}$. Al tempo $t = 0$ le loro posizioni sono, in centimetri, quelle indicate in figura, mentre le loro velocità hanno componenti: $v_{1x} = 0$, $v_{1y} = -1\text{m/s}$; $v_{2x} = -8\text{m/s}$, $v_{2y} = 0$; $v_{3x} = 0$, $v_{3y} = 2\text{m/s}$. Sulla massa m_2 agisce una forza costante $\vec{f}$ di componenti $f_x = 3{,}2\text{N}, f_y = 0$.
Calcolare la posizione iniziale X_C, Y_C del centro di massa del sistema dei tre corpi e la sua accelerazione $\vec{a}_C$.

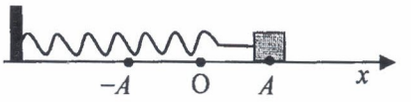


2. Un disco con una scanalatura radiale è in rotazione, su un piano orizzontale, con velocità angolare costante $\omega = 12$ rad/s attorno al proprio centro. Una sferetta di massa $m = 80$ g, considerabile puntiforme, è fissata al centro C del disco tramite una molla di costante elastica $k = 16$ N/m e può scorrere senza attriti all'interno della guida. Calcolare il periodo delle oscillazioni della sferetta.

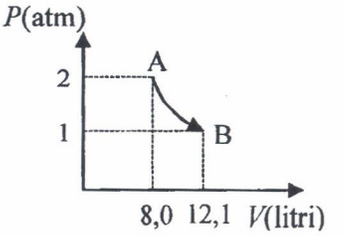


3. Il blocco inferiore in figura ha massa $M = 2{,}6$ kg e viene spinto da una forza orizzontale di intensità $F = 15{,}2$ N. Il blocco superiore di massa $m = 1{,}2$ kg, viene trascinato senza scivolare per la presenta di attrito tra le superfici di contatto; la superficie del piano su cui poggia M è invece perfettamente liscia. In queste condizioni calcolare il coefficiente di attrito statico minimo tra le superfici dei due blocchi.

4. La molla raffigurata è in oscillazione con ampiezza $A = 20$ cm. Si misura un intervallo temporale $\Delta t = 0{,}60$ s tra il passaggio dalla posizione di equilibrio O a quella di massima compressione. Calcolare il valore della velocità al passaggio per la posizione di equilibrio.



5. Una quantità pari a 0,5 moli di un gas perfetto subisce una trasformazione quasi statica adiabatica dallo stato A allo stato B come indicato in figura.
In base ai dati riportati stabilire se si tratta di un gas monoatomico, biatomico o altro, spiegando il ragionamento seguito.



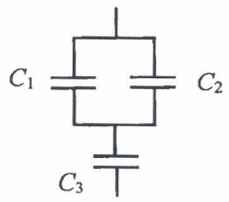
6. Un contenitore a pareti adiabatiche e di capacità termica trascurabile, contenente una massa $M =$ 100kg di acqua alla temperatura di 20°C, viene lasciato cadere da fermo da un'altezza di 2km dalla superficie della Luna. Sapendo che l'accelerazione di gravità in prossimità della superficie lunare è $g_L = 1{,}62\text{m/s}^2$, determinare la temperatura finale dell'acqua nell'ipotesi che una frazione pari all'80% dell'energia di caduta disponibile sia convertita in energia termica.

7. Calcolare la quantità di calore necessario per fondere un blocco di ghiaccio di 2 kg inizialmente a $T_i = -20°$ C e riscaldare successivamente l'acqua fino a $T_f = 10°$ C. (Calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_{fus} = 80$ cal/g; calore specifico del ghiaccio $c_{gh} = 0{,}5$ cal/g·°C).

8. Un gas perfetto viene fatto espandere dal volume iniziale V_i fino al volume $V_{fin} = 2V_i$. Si osserva che la pressione finale corrispondente risulta dimezzata rispetto a quella iniziale. Si dica quale tipo di trasformazione ha subito il gas.

9. Tre cariche puntiformi $q_1 = 1{,}0\cdot10^{-8}$ C, $q_2 = 2{,}0\cdot10^{-8}$ C e $q_3 = -1{,}0\cdot10^{-8}$ C sono disposte ai vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 10$ cm. Calcolare il potenziale al centro del triangolo. (Costante elettrostatica $k = 9\cdot10^9$ N·m^2/C^2).

10. Due lamine conduttrici parallele poste a distanza $d = 0{,}1$ cm vengono caricate collegandole ai due poli opposti di una batteria con tensione $V = 24$ V. Si calcoli il campo elettrico tra le lamine. (Costante dielettrica del vuoto $\varepsilon_0 = 8{,}9\cdot10^{-12}$ C^2/(N·m^2)

11. Ruotando rapidamente una spira conduttrice in aria si può indurre una corrente. Si dia una spiegazione del fenomeno con una valutazione numerica. (Campo magnetico terrestre $B_T = 0{,}5\cdot10^{-4}$T)

12. Si calcoli la capacità equivalente di un sistema formato da due condensatori in parallelo $C_1 = 12\text{nF}$ e $C_2 = 18$ nF seguiti in serie da $C_3 = 30$ nF.