M_D AB05933 REG2024 0687370 27-11-2024

Allegato 3

CONCORSO PER LA NOMIMA A SOTTOTENENTE DI VASCELLO IN SERVIZIO PERMANENTE NEL RUOLO NORMALE DEL CORPO DELLE CAPITANERIE DI PORTO

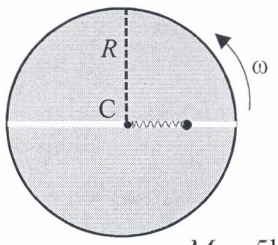
PROVA SCRITTA N. 2: FISICA

1. Si consideri il sistema in figura formato da due cilindri uguali di massa $m = 2{,}0$ kg e raggio $R = 10$ cm su cui è appoggiata una lastra piana di massa $M = 6$ kg. I due cilindri compiono un moto di puro rotolamento con velocità di modulo $v = 3{,}0$ m/s, mentre la lastra viene trascinata senza strisciare dai due cilindri. Calcolare l'energia cinetica totale di tale sistema. (Momento d'inerzia di un cilindro omogeneo rispetto al centro: $I = \frac{1}{2}MR^2$).

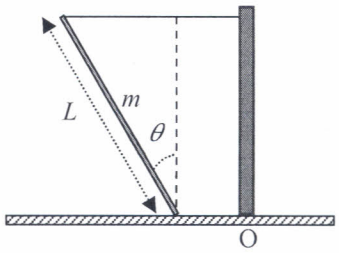
2. Una ruota piena viene lanciata lungo un pendio che forma un angolo $\theta = 20°$ con l'orizzontale. Calcolare il valore minimo del coefficiente d'attrito statico tra le superfici della ruota e del pendio affinché la ruota non slitti.

(Momento d'inerzia di una ruota piena di raggio R rispetto al centro: $I = \frac{1}{2}MR^2$).

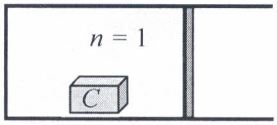
3. Un disco con una scanalatura radiale è in rotazione, su un piano orizzontale, con velocità angolare costante $\omega = 15$ rad/s attorno al proprio centro. Una sferetta di massa $m = 15$ g, considerabile puntiforme, è fissata al centro C del disco tramite una molla di costante elastica $k = 20$ N/m e può scorrere senza attriti all'interno della guida. Calcolare a che distanza dal centro si trova la posizione di equilibrio sapendo che la lunghezza di riposo della molla è $l_0 = 10$ cm.



4. L'asta raffigurata ha una lunghezza $L = 1{,}50$m, una massa $M = 5$kg ed è inclinata rispetto alla verticale di un angolo $\theta = 30°$. L'asta è in equilibrio. Calcolare le componenti orizzontale e verticale della reazione in vincolare in O.



5. Un recipiente a pareti adiabatiche contiene una mole di gas perfetto biatomico e un corpo di capacità termica C, il tutto inizialmente alla temperatura $T_i = 300$ K. Si varia il volume del recipiente, fino a dimezzarlo, molto lentamente in modo che il corpo sia sempre in equilibrio termico con il gas. Calcolare la temperatura finale del gas. (Suggerimento si scriva l'equazione differenziale di adiabaticità del sistema gas + corpo, quindi la si integri).



6. Calcolare quanta acqua a temperatura $T_a = 20°$ C è necessaria per fondere 20 g di ghiaccio alla temperatura $T_{gh} = -5°$ C. (Calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_{fus} = 80$ cal/g; calore specifico del ghiaccio $c_{gh} = 0{,}5$ cal/g·°C).

7. Si descriva un ciclo di Carnot. In particolare, si calcoli il rendimento per una macchina ideale a ciclo di Carnot che lavora tra $T_1 = 300$ K e $T_2 = 400$ K.

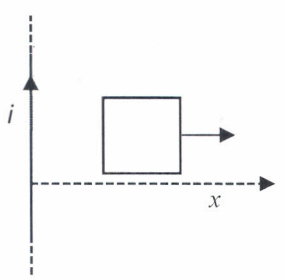
8. Il rubinetto alla base di un grosso contenitore per acqua, di altezza 4 m viene aperto. Calcolare la velocità di uscita del getto.

9. Una sfera conduttrice di raggio interno $a = 4{,}0$ cm ha un potenziale elettrostatico $V = 400$ V. Calcolare il valore della densità di carica superficiale. (Costante dielettrica del vuoto $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ $C^2/(N \cdot m^2)$

10. Due fili paralleli sono percorsi nello stesso senso da correnti uguali. Valutare se esiste una regione dello spazio in cui il campo di induzione magnetica da essi prodotto è nullo.

11. Una batteria da 24 V con resistenza interna $R_i = 2\ \Omega$, viene collegata direttamente ad un carico resistivo di valore $R = 50\ \Omega$. Calcolare la potenza dissipata sul carico.

12. Una spira conduttrice è complanare ad un filo rettilineo percorso da corrente. La spira viene allontanata dal filo nella direzione x (vedi figura). Dire se esiste una corrente indotta nella spira e in caso affermativo spiegare in che verso gira la corrente.



Allegato 4

Concorso per la nomina a Sottotenente di Vascello in servizio permanente nel Ruolo Normale del Corpo delle Capitanerie di Porto

Laurea in: Ingegneria Informatica/Informatica/Sicurezza Informatica/Ingegneria Elettronica/Ingegneria delle telecomunicazioni/Ingegneria dell'automazione/Matematica/Fisica

Prova scritta di Matematica - 11 Aprile 2024

Traccia 3

Esercizio 1. Si risolva il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - y\sin x = \sin(2x) \\ y(0) = -2 \end{cases}$$

Esercizio 2. Calcolare

$$\lim_{x\to+\infty} x^3\Big(\sin\frac{x^2+1}{x^3} - \frac{1}{x}\Big).$$

Esercizio 3. Assegnata, su $[0,+\infty)$, la successione di funzioni $(f_n)_n$ dove

$$f_n(x) = \frac{nx}{(1+nx)(x^2+1)},$$

a. determinare l'insieme A di convergenza puntuale;

b. studiare la convergenza uniforme;

b. calcolare

$$\lim_n \int_1^2 f_n(x)dx.$$

Esercizio 4. Studiare l'invertibilità della funzione definita da

$$f(x) = \Big(\frac{x^2}{x^2+x+1}\Big)^{\frac{x}{x+1}}.$$

Esercizio 5. Dopo aver illustrato il concetto di serie numerica e quello di convergenza uniforme di una serie di funzioni, si enunci almeno un risultato significativo in tale ambito.